

# Derivace, integrály, limita, mocninné ady

---

## Výpočet derivace funkce

- $\partial_x$  funkce nebo  $D[\text{funkce}, x]$  ... parciální derivace funkce dle proměnné  $x$

$$\partial_x (3x^3 - 2x + 6)$$

$$-2 + 9x^2$$

$$D[x^2 * y^3, x]$$

$$2x y^3$$

- $D[\text{funkce}, \{x, n\}]$  ... parciální derivace  $n$ -tého řádu funkce dle proměnné  $x$

- Parciální derivace druhého řádu dle proměnné  $x$

$$D[3x^3 - 2x + 6, \{x, 2\}]$$

$$18x$$

- Parciální derivace dle proměnné  $x$  a dle proměnné  $y$

$$D[x^2 * y^3, x, y]$$

$$6x y^2$$

- Parciální derivace dle proměnné  $x$  a dle proměnné  $y$  a poté dle  $x$

$$D[x^2 * y^3, x, y, x]$$

$$6y^2$$

- Parciální derivace dvakrát dle proměnné  $x$  a dvakrát dle proměnné  $y$

$$D[x^2 * y^3, \{x, 2\}, \{y, 2\}]$$

$$12y$$

- Parciální derivace dle proměnné  $x$  v bod  $x_0$

$$D[x^2 * y^3, x] /. x \rightarrow 2$$

$$4y^3$$

- $\text{Derivative}[n][\text{funkce}][x]$  ... najde  $n$ -tou derivaci funkce dle proměnné  $x$

- Základní použití funkce

$$f[x_] := \text{Sin}[x]$$

Derivative[2][f][x]

-Sin[x]

- Další možnosti zápisu

f'[x]

Cos[x]

f''[x]

-Sin[x]

## Výpočet integrálu funkce

- Integrate[funkce, x] ... neurí integrál funkce dle x

Integrate[x<sup>2</sup> + 3, x]

$$3x + \frac{x^3}{3}$$

$$\int (x^2 + 3) dx$$

$$3x + \frac{x^3}{3}$$

- Integrate[funkce, x, y] ... neurí vícenásobný integrál

Integrate[x<sup>2</sup> + y<sup>3</sup>, x, y]

$$\frac{x^3 y}{3} + \frac{x y^4}{4}$$

$$\iint (x^2 + y^3) dx dy$$

$$\frac{x^3 y}{3} + \frac{x y^4}{4}$$

- Integrate[funkce, {x, x<sub>min</sub>, x<sub>max</sub>}] ... neurí integrál funkce dle x

Integrate[x<sup>2</sup>, {x, 1, 3}]

$$\frac{26}{3}$$

$$\int_{-2}^2 (3x + 5) dx$$

20

## Výpočet sumy

- **Sum[funkce, {i, i<sub>min</sub>, i<sub>max</sub>}] ... Vypočítá sumu funkce od i<sub>min</sub> do i<sub>max</sub>**

$$\text{Sum}\left[\frac{x^i}{i}, \{i, 5, 10\}\right]$$

$$\frac{x^5}{5} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^7}{7} + \frac{x^8}{8} + \frac{x^9}{9} + \frac{x^{10}}{10}$$

$$\sum_{i=5}^{10} \frac{x^i}{i}$$

$$\frac{x^5}{5} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^7}{7} + \frac{x^8}{8} + \frac{x^9}{9} + \frac{x^{10}}{10}$$

- **Sum[funkce, {i, i<sub>max</sub>}] ... Vypočítá sumu funkce od 1 do i<sub>max</sub>**

$$\text{Sum}\left[\frac{x^i}{i}, \{i, 10\}\right]$$

$$x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^7}{7} + \frac{x^8}{8} + \frac{x^9}{9} + \frac{x^{10}}{10}$$

- **Sum[funkce, {i, i<sub>min</sub>, i<sub>max</sub>, k}] ... Vypočítá sumu funkce od i<sub>min</sub> do i<sub>max</sub> se zadaným krokem k**

$$\text{Sum}\left[\frac{x^i}{i}, \{i, 1, 10, 2\}\right]$$

$$x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9}$$

- **Sum[funkce, {i, i<sub>min</sub>, i<sub>max</sub>}, {j, j<sub>min</sub>, j<sub>max</sub>}] ... Vypočítá sumu funkce pro i, j**

$$\text{Sum}\left[x^i * y^j, \{i, 1, 3\}, \{j, 1, 3\}\right]$$

$$x y + x^2 y + x^3 y + x y^2 + x^2 y^2 + x^3 y^2 + x y^3 + x^2 y^3 + x^3 y^3$$

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 x^i * y^j$$

$$x y + x^2 y + x^3 y + x y^2 + x^2 y^2 + x^3 y^2 + x y^3 + x^2 y^3 + x^3 y^3$$

- **Obecná meze a meze v nekonečnu**

$$\text{Sum}\left[i^3, \{i, 1, n\}\right]$$

$$\frac{1}{4} n^2 (1+n)^2$$

$$\text{Sum}\left[1/i^4, \{i, 1, \infty\}\right]$$

$$\frac{\pi^4}{90}$$

---

## Výpo et sou inu ady

- **Product[funkce, {i, i<sub>min</sub>, i<sub>max</sub>}] ... Vypo ítá sou in funkce od i<sub>min</sub> do i<sub>max</sub>**

```
Product[(i + x), {i, 3, 9}]
```

```
(3 + x) (4 + x) (5 + x) (6 + x) (7 + x) (8 + x) (9 + x)
```

```
In[1]:=  $\prod_{i=3}^9 (i + x)$ 
```

```
Out[1]= (3 + x) (4 + x) (5 + x) (6 + x) (7 + x) (8 + x) (9 + x)
```

- **Product[funkce, {i, i<sub>max</sub>}] ... Vypo ítá sou in funkce od 1 do i<sub>max</sub>**

```
Product[(i + x), {i, 9}]
```

```
(1 + x) (2 + x) (3 + x) (4 + x) (5 + x) (6 + x) (7 + x) (8 + x) (9 + x)
```

- **Product[funkce, {i, i<sub>min</sub>, i<sub>max</sub>, k}] ... Vypo ítá sou in funkce od i<sub>min</sub> do i<sub>max</sub> s krokem k**

```
Product[(i + x), {i, 3, 7, 0.5}]
```

```
(3. + x) (3.5 + x) (4. + x) (4.5 + x) (5. + x) (5.5 + x) (6. + x) (6.5 + x) (7. + x)
```

- **Obecná meze a meze v nekone nu**

```
Product[i3, {i, 1, n}]
```

```
(n!)3
```

```
Product[1/i4, {i, 1, ∞}]
```

```
0
```

---

## Výpo et limity

- **Limita v bod**

- **Limit[funkce, x -> x<sub>0</sub>] ... limita v bod x<sub>0</sub>**

```
Limit[Sin[x] / x, x → 0]
```

```
1
```

```
Limit[Sin[x] / x, x → ∞]
```

```
0
```

```
Limit[Sin[1 / x], x → 0]
```

```
Interval[{-1, 1}]
```

## Jednostranné limity

- `Limit[funkce, x -> x0, Direction -> 1 nebo -1]` ... limita v bod  $x_0$  zprava nebo zleva

```
Limit[1 / x, x -> 0, Direction -> 1]
```

$-\infty$

```
Limit[1 / x, x -> 0, Direction -> -1]
```

$\infty$

- Limita funkce více proměnných

```
Limit[Limit[x * y - 2 * x * y + 3 * y, y -> 3], x -> 2]
```

3

## Převod funkce do mocninné řady

- `Series[funkce, {x, xmin, xmax}]` ... převod do mocninné řady

```
Series[Sin[x], {x, 0, 10}]
```

$$x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \frac{x^7}{5040} + \frac{x^9}{362880} + O[x]^{11}$$